

УДК 624. 012. 035

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-
ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ СТАЛЕБЕТОННИХ ЗГИНАНИХ
ЕЛЕМЕНТІВ У ЗОНІ ДІЇ ПОПЕРЕЧНОЇ СИЛИ**

*Т. Боднарчук, к.т.н., Р. Шмиг, к.т.н.
Львівський національний аграрний університет*

Ключові слова: сталобетонні конструкції, зовнішня стрічкова арматура, поперечна арматура, похила тріщина, плече зрізу, поперечна сила, несуча здатність.

Викладено методику розрахунку міцності сталобетонних згинаних елементів на ЕОМ методом скінченних елементів з урахуванням реальних діаграм деформування матеріалів.

Постановка проблеми. Останніми роками широкого розвитку набув метод скінченних елементів (МСЕ) як інструмент для розрахунку статичних та динамічних конструкцій. Однією з основних переваг МСЕ є можливість створення на його основі універсальних стандартних програм на ЕОМ.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Математичне моделювання напружено-деформованого стану згинаних залізобетонних конструкцій останніми роками можна побачити в дослідженнях Павленка П. В., Поздеева С. В., Чан Тхи Туон Вана, Гусакова В. Н., Залесова О. С. та ін. Використання ж цього методу для числового експерименту зі сталобетонними конструкціями – ще вивчено мало.

Постановка завдання. Викласти методику розрахунку міцності сталобетонних згинаних елементів на ЕОМ методом скінченних елементів з урахуванням реальних діаграм деформування матеріалів.

Виклад основного матеріалу. У розрахунку за МСЕ конструкція розбивається на окремі геометричні елементи (скінченні елементи), напружено-деформований стан яких попередньо досліджується. З'єднання елементів здійснюється в окремих граничних точках, де дотримуються умови рівноваги і нерозривності переміщення. Поведінка кожного скінченного елемента описується скінченим числом узагальнених координат (за числом степеней вільності), що залежить від виду напружено-деформованого стану і типу елемента.

У запропонованій математичній моделі арматурні стрижні представлені лінійними скінченними елементами, бетон – плоскими чотирикутними. Беручи до уваги симетрію дослідних зразків, розглядали тільки ліву (або праву) частину елемента, що дозволило зменшити розмір глобальної матриці жорсткості та збільшити кількість скінченних елементів.

Задачу розв'язали за пружною схемою. Фізична нелінійність бетону та арматури врахована застосуванням ітераційних обчислень з уточненням січних модулів деформацій скінченних елементів за описами реальних діаграм деформування відповідних матеріалів. Для опису реальних діаграм бетону та арматури використано залежність, рекомендовану ЕКБ-ФІП для опису деформування бетону:

$$\frac{\sigma_b}{R_b} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta}, \quad (1)$$

де $\eta = \epsilon_i/\epsilon_u$ – величина, що характеризує інтенсивність деформацій; ϵ_i – поточна деформація; ϵ_u – координата вершини діаграми; k – коефіцієнт нелінійності.

Програму складено за таким загальним алгоритмом.

1. Введення фізико-механічних характеристик бетону та арматур, формування розрахункової схеми плоских і лінійних стрижневих скінченних елементів.

2. Розв'язання системи рівнянь МСЕ з обчисленням деформацій у вузлах скінченних елементів. Функцію переміщень лінійного елемента записуємо у вигляді лінійного поліному:

$$U(x) = a_1 + a_2x = [1x] \times \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

для плоского чотирикутного елемента:

$$\begin{aligned} U(x,y) &= a_1 + a_2x + a_3y + a_4y, \\ V(x,y) &= a_5 + a_6x + a_7y + a_8y. \end{aligned} \quad (3)$$

3. Визначення напружень σ_x , σ_y , τ_{xy} у скінченних елементах за реальними діаграмами матеріалів, корекція січних модулів E , визначення прогинів f .

4. Перевірка міцності матеріалів. При вичерпанні міцності одного з елементів приймаємо $\Delta F = \Delta F/2$, $F = F + \Delta F$ та продовжуємо розрахунок з пункту 2.

5. Виведення епюр деформацій та напружень скінченних елементів, прогинів.

6. Збільшення зовнішнього зосередженого навантаження $F = F + \Delta F$. Продовження розрахунку з пункту 2.

7. Зупинка розрахунку здійснюється при досягненні встановленої попередньо точності за ΔF .

На основі розробленої та реалізованої програми розрахунку на ЕОМ було виконано розрахунок зразків, досліджуваних експериментально.

Значення поперечних сил, що спричинюють утворення нормальних тріщин, отримані за числовою моделлю, добре збігаються з дослідними даними. Відхилення не перевищують 10%. Отже, використовуючи запропоновану методику, можна достатньо точно оцінити момент появи нормальних тріщин.

Порівняння дослідних та отриманих на ЕОМ даних несучої здатності показує, що відхилення тут становить лише 9,6...+1,2% для балок із поперечною арматурою та 10...-2,8% для балок без хомутив. Прогини, отримані за запропонованою методикою за навантаження $0,7Q_{\max}$, також мають добру збіжність. Відхилення тут становить -5,93...+7,5% для балок із поперечною арматурою та -10...-0,09% для балок без поперечного армування.

Отримані результати на основі числової моделі про момент утворення нормальних і похилих тріщин, несучу здатність та деформативність засвідчують, що запропонований алгоритм розрахунку конструкцій за методом скінченних елементів добре враховує спільні деформації бетонного плоского та лінійного стрижневого скінченних елементів у прольоті зрізу.

Сталобетонні згинані конструкції зі зовнішнім стрічковим армуванням, що працюють на прийняття поперечних сил, належать до конструкцій, які потребують додаткових досліджень та узагальнення методики розрахунку. У таких випадках нормативні джерела дають змогу за розрахунковий апарат використовувати експериментально-теоретичну оцінку властивостей конструкції.

Запропонована розрахункова модель на основі реальних діаграм деформування матеріалів дозволяє зробити досить точний прогноз роботи таких конструкцій під навантаженням, характеру руйнування, їх деформативності залежно від прийнятої схеми поздовжнього та поперечного армування.

На основі експериментальних досліджень і проведеного числового експерименту отримані залежності, які добре характеризують вплив кількості поперечного армування на несучу здатність сталобетонних балок залежно від плеча прикладання зосередженої сили:

$$\text{для } 1,5h: \quad Q/R_{bt}bh_o = (2,69\mu_{sw} + 2,32)^{0.5}; \quad (4)$$

$$\text{для } 2,5h: \quad Q/R_{bt}bh_o = (3,22\mu_{sw} + 0,62)^{0.5}; \quad (5)$$

$$\text{для } 3,5h: \quad Q/R_{bt}bh_o = (2,97\mu_{sw} - 0,1)^{0.5}, \quad (6)$$

де Q – граничне значення поперечної сили, кН;
 μ_{sw} – коефіцієнт поперечного армування:

$$\mu_{sw} = \frac{A_{sw} \times n}{s \times b}, \quad (7)$$

де A_{sw} – площа поперечного перерізу стрижня в прольоті зрізу, см²;
 n – кількість поперечних стрижнів у прольоті зрізу, шт;
 s – крок поперечних стрижнів у прольоті зрізу, см;
 b – ширина перерізу балки, см.

Також, використовуючи запропонований метод, визначимо вплив міцності бетону на міцність похилих перерізів сталобетонних балок. У результаті числового експерименту отримано залежність:

$$Q/bh_0 = R_b / (4.6R_b + 0.25), \quad (8)$$

де R_b – міцність бетону, МПа.

Загалом варто зазначити, що отримані залежності інтенсивності поперечного армування та міцності бетону на несучу здатність сталобетонних балок із зовнішнім стрічковим армуванням, які працюють на сприйняття поперечних сил, такі самі, як і в залізобетонних балках зі стрижневим армуванням [3].

Висновки. Запропонована методика розрахунку міцності сталобетонних балок на ЕОМ за методом скінченних елементів з урахуванням реальних діаграм деформування “ $\sigma - \epsilon$ ” матеріалів відповідає роботі реальної сталобетонної конструкції. Отримані на її основі епюри напружень та деформацій відповідають експериментальним даним. Розрахункові графіки прогинів відповідають дослідним.

Розроблена і реалізована програма розрахунку дає змогу:

- врахувати вплив фізичної нелінійності діаграм “ $\sigma - \epsilon$ ” матеріалів на міцнісні й деформативні характеристики сталобетонних елементів;
- визначити зусилля утворення нормальних і похилих тріщин, руйнування та прогини;
- у зоні дії поперечних сил провести розподіл напружень і деформацій у бетоні, поздовжній та поперечній арматурі;
- точність розрахунку за числовою моделлю є вищою, ніж за вітчизняними нормативними документами;
- під час проектування раціонально підбирати площу поперечної та поздовжньої арматури залежно від заданих геометричних параметрів

сталебетонного згинаного елемента;

- формувати різні схеми поздовжнього та поперечного армування;
- оцінювати напружено-деформований стан сталебетонного елемента при використанні різних класів бетону та арматури;
- застосовувати її для розрахунку перевірки міцності сталебетонних та залізобетонних конструкцій, варіантного проектування і вибору раціонального способу армування.

Бібліографічний список

1. Клименко Ф. Е. Сталебетонные конструкции с внешним полосовым армированием / Ф. Е. Клименко. – К. : Будівельник, 1984. – 34 с.
2. Гвоздев А. А. Новое в проектировании бетонных и железобетонных конструкций / А. А. Гвоздев. – М. : Стройиздат, 1978. – 145 с.
3. Залесов А. С. Прочность железобетонных конструкций при действии поперечных сил / А. С. Залесов, Ю. А. Климов. – К. : Будівельник, 1989. – 105 с.
4. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М. : Мир, 1975. – 110 с.
5. Кодекс-образец ЕКБ-ФИП. Для норм по железобетонным конструкциям. – М. : НИИЖБ, 1984. – 284 с.

Боднарчук Т., Шмиг Р. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния сталевбетонных изгибаемых элементов в зоне действия поперечных сил.

Изложена методика расчета прочности сталевбетонных изгибаемых элементов на ЕОМ за методом конечных элементов с учетом реальных диаграм деформирования материалов.

Ключевые слова: сталевбетонные конструкции, внешняя полосовая арматура, поперечная арматура, косая трещина, плечо среза, поперечная сила, несущая способность.

Bodnarchuk T., Shmyg R. Mathematical modeling of mode of deformation of steel and concrete flexural members in shear operating zone

It is expounded in the article the method of strength analysis of steel and concrete flexural members with computer using the finite-element method with a glance of actual diagram of materials straining.

Key words: steel and concrete constructions, the external band reinforcements, the cross reinforcement, the inclined creck, the shearing arm, the cross power, the carrying ability.